

Hållfasthet och Elastisk deformation

Jimmy Johansson



Olika typer av belastning

Drag

Tryck

Böj

Skjuv



Hållfasthetslära

*Konstruktioners och mekaniska strukturers
Förmåga att:*

-Bära

-Stå emot laster

Vi söker en matematisk modell!



Hållfasthetslärans tre typer av samband

Jämviktsekvationer

Laster och andra krafter måste förhålla sig till varandra så att jämvikt råder

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

Kinematiska ekvationer

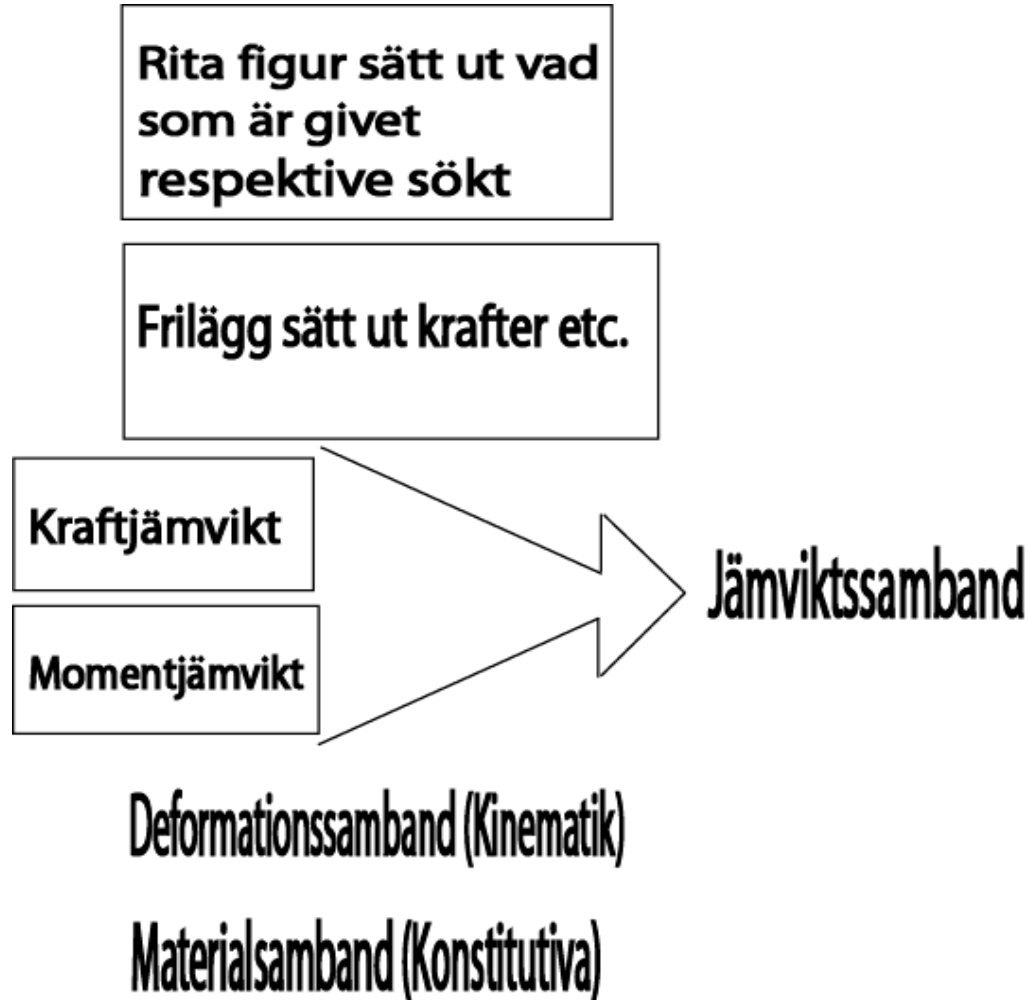
Beskriver deformationernas geometri

Konstitutiva ekvationer

Beskriver hur material beter sig då det deformeras



Arbetsgång



Begrepp

- *Kraft, F [N]*
 - *Moment = M [Nm]*
 - *Spänning = σ [N/m²] ofta [N/mm²]=Mpa*
 - *Töjning = ε (dimensionslös, %)*
 - *Förlängning = δ [mm]*
 - *Skjuvning = τ [N/m²] ofta [N/mm²]=Mpa*
 - *Elasticitetsmodul = E [N/m²] ofta Gpa*
 - *Poisson's tal, ν (dimensionslös)*
 - *Skjuvmodul, G [N/m²] ofta [N/mm²]*
-



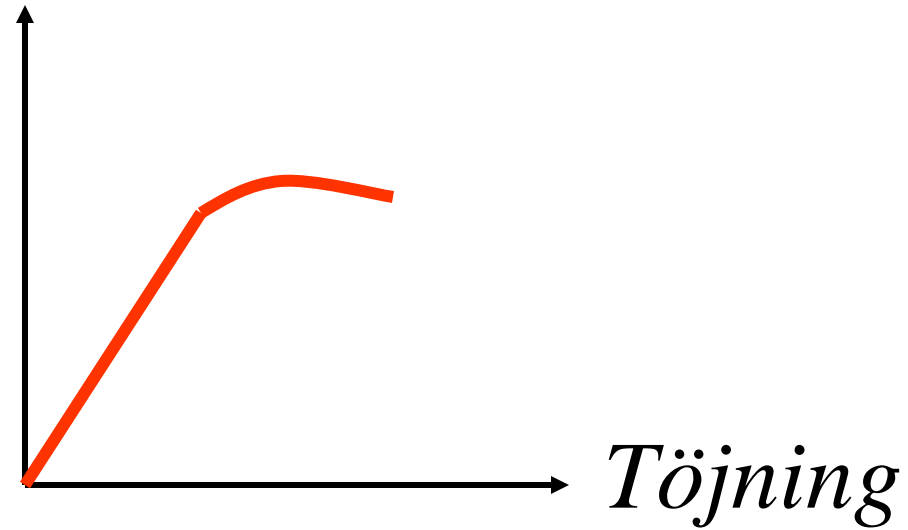
Drag och Tryck

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \varepsilon * E$$

Spänning-töjningsdiagram

Spänning



Drag och tryck

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\sigma = \varepsilon * E$$

$$\frac{F}{A} = \frac{\delta}{L} * E \Rightarrow \delta = \frac{FL}{AE}$$



Skjuvning

$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

Beakta:

Vilken är den skjuvade arean?



Tvärkontraktion

Poisson's tal

$$\nu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$



Böjning

$$M = F * L$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_b}$$

För rektangulärt tvärsnitt:

$$W_b = \frac{I}{z} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

W_b är böjmotståndet som beskriver svårigheten att böja ett föremål beroende på dess tvärsnittsform

I =tröghetsmoment
 z =kantavstånd



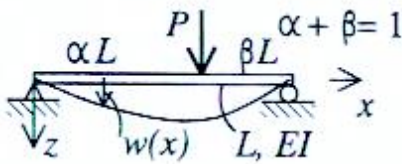
Böjning

Elastiska linjens differentialekvation:

$$\{EI(x)w''(x)\}'' = q(x)$$

Om EI är konstant erhålls: $EIw^{IV}(x) = q(x)$

Fritt upplagd balk



$$w(x) = \frac{PL^3}{6EI} \beta \left((1 - \beta^2) \frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3} \right) \quad \text{för } \frac{x}{L} \leq \alpha$$

$$w(\alpha L) = \frac{PL^3}{3EI} \alpha^2 \beta^2, \quad \text{då } \alpha > \beta \text{ erhålls}$$

$$w_{\max} = w \left(L \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{3}} \right) = w(\alpha L) \frac{1 + \beta}{3\beta} \sqrt{\frac{1 + \beta}{3\alpha}}$$

$$w'(0) = \frac{PL^2}{6EI} \alpha \beta (1 + \beta) \quad w'(L) = -\frac{PL^2}{6EI} \alpha \beta (1 + \alpha)$$



Beräkning av spänning

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_b}$$

2 sätt

- *Använd differentialekvationen*
- *Rita tvärkrafts- och momentdiagram*



Trepunktsböjning

$$\sigma_{b\ddot{o}j} = \frac{3 FL}{2 bh^2}$$

