



Tentamen för del 1 av OMA114

Växjö, Kalmar 7 oktober 2025

Tillåtna hjälpmedel: Grafitande räknare

Betygsgränser: Maxpoäng: 40p, G: 20p, VG: 30p

Om inget annat anges krävs fullständiga lösningar och motiveringar på samtliga uppgifter. Endast svar eller att bara rita av en graf från räknaren ger inga poäng!

1. Beräkna och skriv i enklaste form.

a) $(-2)^4 \left(\frac{3}{5} + 2 \cdot \frac{2}{10} \right)^4 + \frac{3(2+4)}{(1+2)^2}$ (2p)

b) $\frac{(ab)^5 \cdot a^3}{a^{-3} \cdot b^2}$ (2p)

2. Lös följande ekvationer. Svara exakt!

a) $(3 - x)(x - 7)(3x - 7) = 0$ (2p)

b) $2x^2 - 4x = 30$ (2p)

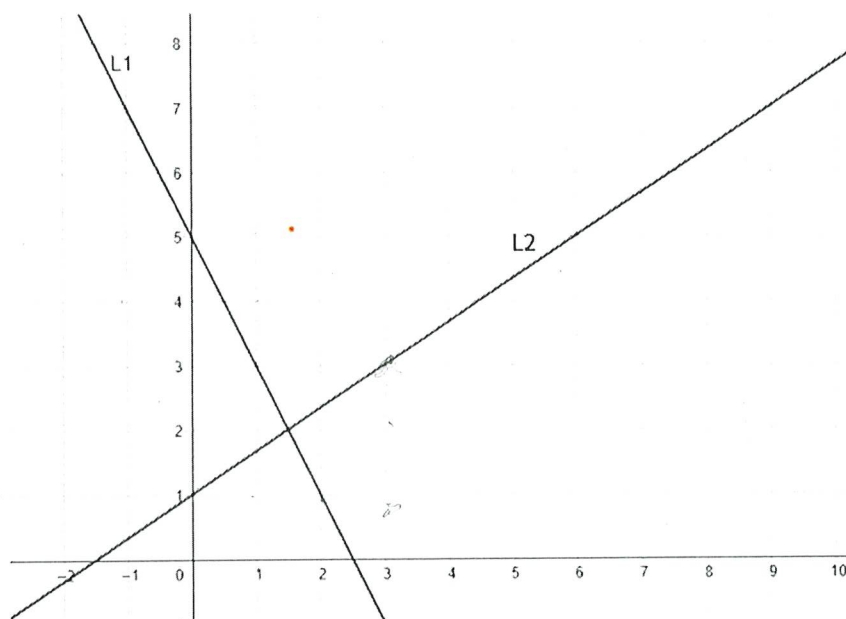
c) $2^{2x-1} = 3$ (2p)

d) $\sqrt{x} + x = 6$ (2p)

e) $\frac{1}{x} = \frac{2}{x^2 - x}$ (2p)

3. Låt $f(x) = x + 2x^2 - x^2$. Bestäm $f(2) - f(-2)$. (3p)

4. Bestäm ekvationer för linjerna L1 och L2 i nedanstående figur.



(3p)

5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\lg(5) + 2 \lg(5) + \lg(80)$ (2p)

b) $\frac{6x^3 - 12x^2 + 6x}{3x^2 - 3}$ (2p)

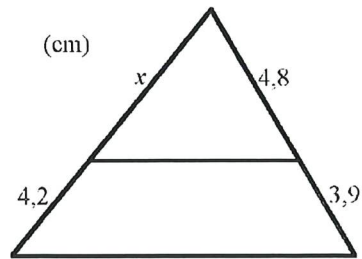
6. Lös ekvationssystemet med valfri algebraisk metod.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 21 = 0 \\ 3x + 4y - 29 = 0 \end{cases} \quad (2p)$$

7. Ett visst belopp sätts in på ett bankkonto med en viss räntesats. Sex år efter insättningen är saldot 47713 kronor och ytterligare tre år senare är saldot 55709 kronor. Bestäm den ursprungliga insättningen och kontots räntesats.

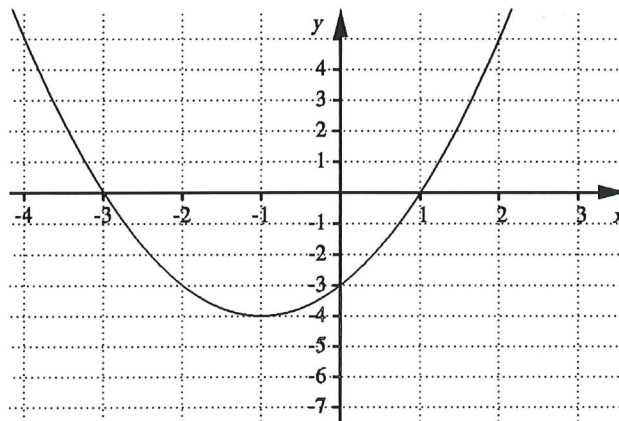
(3p)

8. Beräkna sträckan x om linjen inuti triangeln är en parallelltransversal.



(2p)

9. Bestäm en ekvation för följande andragsgradsfunktion.



(2p)

10. I en likbent triangel är basen $4,17 \text{ cm}$ och de andra sidorna $8,94 \text{ cm}$ vardera.
Bestäm triangelns vinklar.

(3p)

11. Linjerna $x = -2$, $y = -1$, $x = 4$, $y = 6 - x$ och $y = x + 4$ avgränsar ett område. Beräkna områdets area.

(4p)

Tenta 0MA114 HT25 - Lös.n. förslag

$$1a. (-2)^4 \left(\frac{3}{5} + 2 \cdot \frac{2}{10} \right)^4 + \frac{3(2+4)}{(1+2)^2} = 16 \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5} \right)^4 + \frac{3 \cdot 6}{3^2} \\ = 16 \cdot \left(\frac{5}{5} \right)^4 + \frac{6}{3} = 16 \cdot 1 + 2 = 18$$

$$b. \frac{(ab)^5 \cdot a^3}{a^{-3} \cdot b^2} = \frac{a^5 \cdot b^5 \cdot a^3}{a^{-3} \cdot b^2} = \frac{a^8 \cdot b^5}{a^{-3} \cdot b^2} = a^{8-(-3)} \cdot b^{5-2} = a^{11} \cdot b^3$$

$$2a. (3-x)(x-7)(3x-7)=0 \quad \text{Nullproduktmetoden}$$

$$\begin{array}{l} 3-x=0 \Leftrightarrow x=3 \\ x-7=0 \Leftrightarrow x=7 \\ 3x-7=0 \Leftrightarrow x=\frac{7}{3} \end{array}$$

$$b. 2x^2 - 4x = 30 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 15} = 1 \pm \sqrt{16} = 1 \pm 4$$

$$\boxed{x_1 = 1+4=5, \quad x_2 = 1-4=-3}$$

$$c. 2^{2x-1} = 3 \Leftrightarrow \lg(2^{2x-1}) = \lg(3) \Leftrightarrow$$

$$(2x-1)\lg(2) = \lg(3) \Leftrightarrow 2x-1 = \frac{\lg(3)}{\lg(2)} \Leftrightarrow$$

$$2x = \frac{\lg(3)}{\lg(2)} + 1 \Leftrightarrow x = \frac{\lg(3)}{2\lg(2)} + \frac{1}{2} = \frac{\lg(3) + \lg(2)}{2\lg(2)}$$

$$= \frac{\lg(3 \cdot 2)}{\lg(2^2)} = \frac{\lg(6)}{\lg(4)}$$

$$2d. \sqrt{x} + x = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 - x \Rightarrow$$

$$(\sqrt{x})^2 = (6 - x)^2 \Leftrightarrow x = 36 - 12x + x^2 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$x = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - \frac{144}{4}}$$

$$= \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$\text{Kontroll: } VL = \sqrt{9} + 9 = 3 + 9 = 12$$

$$HL = 6 \quad VL \neq HL \text{ oörlös lösning.}$$

$$x_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{Kontroll: } VL = \sqrt{4} + 4 = 6 \text{ ok}$$

$$HL = 6$$

Svar: $x = 4$ är den enda lösningen.

$$e. \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2 - x} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-1)} \quad \text{Mult. med } x(x-1) \text{ i båda led}$$

$$\frac{1}{x} \cdot x(x-1) = \frac{2}{x(x-1)} \cdot x(x-1)$$

$$x-1 = 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

$$3. \quad f(2) = 2 + 2 \cdot 2^2 - 2^2 = 2 + 8 - 4 = 6$$

$$f(-2) = (-2) + 2 \cdot (-2)^2 - (-2)^2 = (-2) + 8 - 4 = 2$$

$$f(2) - f(-2) = 6 - 2 = \underline{\underline{4}}$$

$$\text{Alt: förenkla först: } f(x) = x + x^2$$

$$f(2) = 2 + 2^2 = 2 + 4 = 6$$

$$f(-2) = (-2) + (-2)^2 = (-2) + 4 = 2$$

$$f(2) - f(-2) = 6 - 2 = 4$$

$$4. L_1: y = 5 - 2x$$

$$L_2: y = \frac{2x}{3} + 1$$

$$5. a. \lg(5) + 2\lg(5) + \lg(80) = 3\lg(5) + \lg(80) \\ = \lg(5^3 \cdot 80) = \lg(125 \cdot 80) = \lg(10000) = \underline{4}$$

$$b. \frac{6x^3 - 12x^2 + 6x}{3x^2 - 3} = \frac{6x(x^2 - 2x + 1)}{3(x^2 - 1)} \\ = \frac{2x(x-1)^2}{3(x-1)(x+1)} = \frac{2x(x-1)}{x+1} = \frac{2x^2 - 2x}{x+1}$$

$$6. \begin{cases} 2x + 3y = 21 \quad (\cdot 3) \\ 3x + 4y = 29 \quad (\cdot -2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9y = 63 \\ -6x - 8y = -58 \end{cases} \\ + \quad \underline{y = 5}$$

Sätt in $y = 5$ i första ekv. $2x + 3 \cdot 5 = 21 \Leftrightarrow$
 $2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$

Svar: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

7. Saldot på kontot: $S(t) = C \cdot a^t$ ändringsfaktor
ursprunglig insätt.

Vi vet att: $\begin{cases} S(6) = 47713 \\ S(9) = 55709 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C \cdot a^6 = 47713 \quad (1) \\ C \cdot a^9 = 55709 \quad (2) \end{cases}$

ekv. (1): $C = \frac{47713}{a^6}$ Sätt in i (2): $\frac{47713}{a^6} \cdot a^9 = 55709$

$\Rightarrow 47713a^3 = 55709 \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{55709}{47713}} \approx 1,053$
(5,3% ökn.)

$C = \frac{47713}{1,05^6} \approx 35000 \text{ kr}$

Svar: ursprunglig insättning 35000 kr, räntesats 5,3%

8. Transversalsatsen ger

$$\frac{x}{4,2} = \frac{4,8}{3,9} \Leftrightarrow x = \frac{4,2 \cdot 4,8}{3,9} \approx \underline{\underline{5,2 \text{ cm}}}$$

9. Minipunkt: $(-1, -4)$

1 steg i x-led från min. punkt motsv. 1 steg i y-led

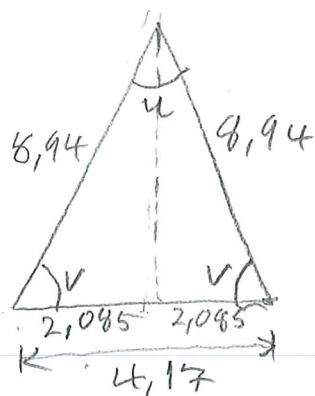
$$\Rightarrow y = x^2 + ax + b$$

Nödställen: $x = -3, x = 1$

Ekvationen kan skrivas

$$y = (x+3)(x-1) \text{ eller } y = x^2 + 2x - 3$$

10.
[cm]

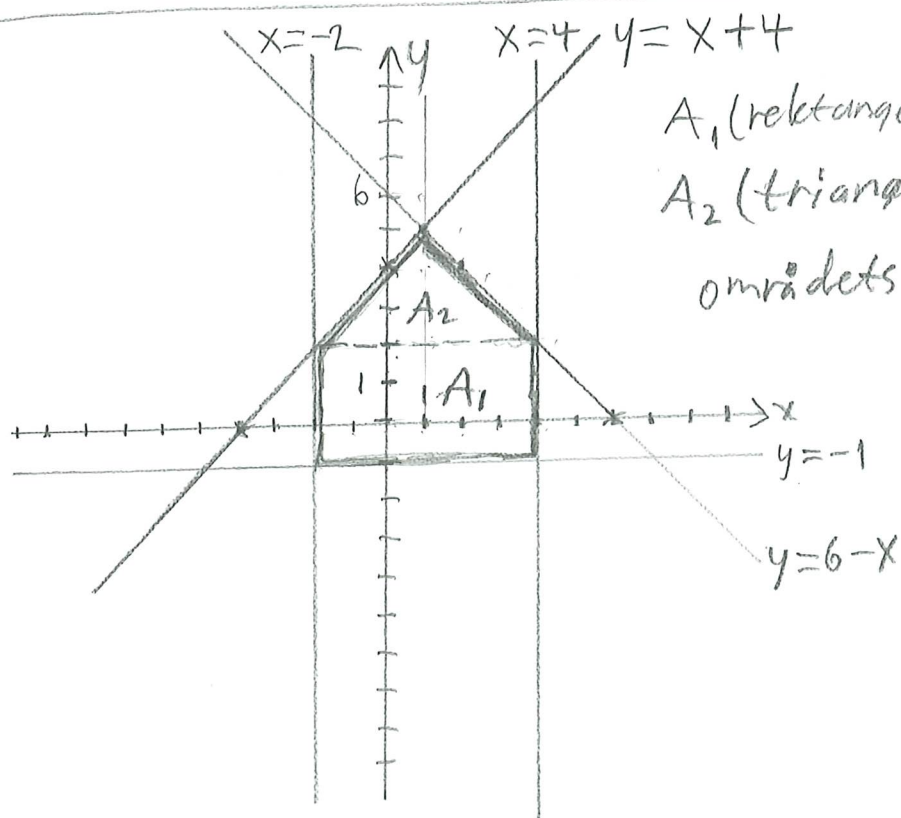


$$\cos(v) = \frac{2,085}{8,94}$$

$$\Rightarrow v = \arccos\left(\frac{2,085}{8,94}\right) \approx 76,5^\circ$$

$$u = 180^\circ - 2 \cdot 76,5^\circ \approx 27,0^\circ$$

Svar: Basvinklarna är $76,5^\circ$
Toppvinkeln är $27,0^\circ$



$$A_1 (\text{rektangel}) = 6 \cdot 3 = 18 \text{ a.e.}$$

$$A_2 (\text{triangel}) = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ a.e.}$$

$$\text{områdets area} = A_1 + A_2 = \underline{\underline{27 \text{ a.e.}}}$$