

Linnéuniversitetet

Institutionen för Matematik

Karl-Olof Lindahl

Tentamen i Vektorgeometri, 1MA103, 7,5 hp Måndagen den 13 januari 2013, klockan 8.00–13.00.

För att erhålla maximal poäng krävs en fullständig lösning, presenterad på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Tillåtna hjälpmedel: endast penna och suddgummi

För var och en av uppgifterna nedan gäller att koordinaterna är givna i ett **ortonormerat** koordinatsystem.

1. Bestäm på parameterform skärningslinjen mellan det plan som har ekvationen $x + y + z = 0$ och det som har ekvationen $x + 2y + 3z = 0$. (5p)
2. Bestäm vinklarna och längden av sidorna i den triangel som spänns upp av vektorerna $u = (1, 1, 0)$ och $v = (1, 2, 1)$. (5p)
3. a) Bestäm matrisen för speglingen i planet $x + 2y + 3z = 0$. (4p)
b) Bestäm speglingen av vektorn $u = (1, 1, 1)$. (1p)

4. a) Bestäm egenvärden och en bas av egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

(3p)

- b) Bestäm A^n för varje positivt heltal $n \geq 1$. (2p)

5. Bestäm a) nollrum och b) värderum för den linjära avbildning som i en ON-bas (e_1, e_2, e_3) har följande matris

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(5p)

6. Ett plan innehåller den räta linjen

$$L_1: (x, y, z) = (3 + t, 1 - t, 2 + t)$$

och är parallellt med linjen

$$L_2: (x, y, z) = (1 + s, 1 + s, s).$$

Bestäm planets ekvation på normalform.

(5p)

7. a) Vad menas med att en matris är symmetrisk? (1p)

b) Visa att $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. (1p)

c) Härled formeln för vektorprodukt på koordinatform då vektorerna är givna i en positivt orienterad ON-bas. (3p)

8. Visa att vektorn $n = (a, b)$ är en normal till linjen

$$ax + by + c = 0$$

om koordinaterna är givna i en ON-bas.

(5p)

LYCKA TILL!