

Linnéuniversitetet

Institutionen för Datavetenskap,

Fysik och Matematik

Karl-Olof Lindahl

Tentamen i Vektorgeometri, 1MA103, 7,5 hp

Måndagen den 9 januari 2012, klockan **14.00–19.00**.

För att erhålla maximal poäng krävs en fullständig lösning, presenterad på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Tillåtna hjälpmedel: endast penna och suddgummi

För var och en av uppgifterna nedan gäller att koordinaterna är givna i ett **ortonormerat** koordinatsystem.

- Bestäm de värden på a för vilka volymen av den parallelepiped som spänns upp av vektorerna $u = (a, 1, 1)$, $v = (2, 1, 1)$ och $w = (0, 1, -1)$ blir lika med 8 volymsenheter. (5p)
- Bestäm eventuell skärningspunkt mellan de båda linjerna $L_1: (x, y, z) = (3 + t, 1 - t, 2 + t)$ och $L_2: (x, y, z) = (1 + s, 1 + s, s)$. (5p)
- Bestäm det minsta avståndet mellan punkten $A = (1, 1, 1)$ och linjen L :

$$(x, y, z) = (4 + t, 2 + 2t, 3 + 2t)$$

. (5p)

- a) Bestäm matrisen för den ortogonala projektionen på planet $x + 2y + 3z = 0$. (4p)
b) Bestäm projektionen av vektorn $u = (1, 1, 1)$. (1p)
- a) Bestäm egenvärden och en bas av egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

(3p)

b) Bestäm matriser T , D och T^{-1} så att $A = TDT^{-1}$. (2p)

- Bestäm a) nollrum och b) värderum för den linjära avbildning som ges av följande matris

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

(5p)

- a) Vad menas med att (e_1, e_2, e_3) bildar en ON-bas i rummet? (1p)
b) Är vektorerna $u = (1, 1, 1)$, $v = (2, 0, 1)$ och $w = (3, 2, 0)$ linjärt oberoende? Motivering krävs. (1p)
c) Visa att basbytesmatrisen vid basbyte mellan två ON-baser ges av en ortogonal matris. (3p)
- Formulera och bevisa dimensionssatsen för linjära avbildningar i tre dimensioner i fallet då nollrummet är en rät linje. (5p)

LYCKA TILL!