

Linnéuniversitetet

Institutionen för Datavetenskap,

Fysik och Matematik

Karl-Olof Lindahl

Tentamen i Vektorgeometri, 1MA103, 7,5 hp

Måndagen den 20 juni 2011, klockan 8.00–13.00.

För att erhålla maximal poäng krävs en fullständig lösning, presenterad på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Tillåtna hjälpmedel: bifogad formelsamling

För var och en av uppgifterna nedan gäller att koordinaterna är givna i ett **ortonormerat** koordinatsystem.

1. Visa att vektorerna $u = (1, 1, 1)$, $v = (2, 1, 1)$ och $w = (0, 1, -1)$ är linjärt oberoende. (5p)
2. Bestäm det minsta avståndet mellan punkten $A = (1, 6, 5)$ och planet $x + 2y + 3z = 14$. (5p)
3. Bestäm det minsta avståndet mellan punkten $B = (1, 4, 9)$ och linjen $L: (x, y, z) = (1 + 3t, 1 + t, 1 + t)$. (5p)
4. Bestäm den minsta vinkeln mellan de båda planen $x + 2y + z = 0$ och $3x - y + z + 2 = 0$. (5p)
5. Bestäm egenvärden och en ON-bas av egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestäm även A^n för varje heltal n . (3p+2p)

6. Bestäm nollrum och värderum för den linjära avbildning som ges av följande matris.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(5p)

7. a) Visa att matrismultiplikation inte är kommutativ. (1p)
b) Vad menas med att (e_1, e_2, e_3) bildar en ON-bas i rummet? (1p)
c) Är $v = (1, 2, 1)$ en egenvektor till matrisen A i uppgift nr 6? (Motivering krävs) (1p)
d) Vad menas med att en matris är diagonaliserbar? (1p)
e) Härled formeln för längden av en vektor i rummet på koordinatform (ON-bas). (1p)
8. Formulera och bevisa dimensionssatsen för linjära avbildningar i tre dimensioner i fallet då nollrummet är en rät linje. (5p)

LYCKA TILL!

Tentamen återlämnas onsdagen den 22 juni kl. 10.00 i B2059