

Linnéuniversitetet

Institutionen för Datavetenskap,

Fysik och Matematik

Karl-Olof Lindahl

Tentamen i Vektorgeometri, 1MA103, 7,5 hp, DAGTID HALVFART nov-jan

Lördagen den 19 februari 2011, klockan 9.00–14.00.

För att erhålla maximal poäng krävs en fullständig lösning, presenterad på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Tillåtna hjälpmedel: bifogad formelsamling

1. Låt $A = (1, 0, 1)$, $B = (0, 1, -1)$, $C = (1, 0, 0)$ och $D = (0, 2, 1)$ vara fyra punkter i rummet, givna i en ON-bas. Bestäm volymen av den parallelepiped som har sina hörn i dessa punkter. (5p)
2. a) Bestäm ekvationen för skärningslinjen mellan de båda planen $x + 3y - z + 2 = 0$ och $x + 2y + 3z - 1 = 0$. (ON-bas.) (3p)
b) Bestäm den minsta vinkeln mellan planen (dvs vinkeln mellan planens riktningsvektorer) i föregående uppgift. (2p)
3. a) Ange matrisen för den ortogonala projektionen på planet $x_1 - x_2 - x_3 = 0$. (ON-bas) (4p)
b) Bestäm projektionen av vektorn $u = (1, -2, -3)$. (1p)
4. Beräkna det minsta avståndet från punkten $A = (1, 2, 1)$ till det plan som uppfyller ekvationen $x - 2y + z + 1 = 0$. (ON-bas) (5p)
5. Bestäm nollrummet och värderummet till den avbildning som i en ON-bas har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

(5p)

6. a) Bestäm egenvärden och en bas av egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(3p)

- b) Bestäm A^n , där n är ett positivt heltal. (2p)
7. a) Ange ett exempel med kvadratiska matriser som visar att matrismultiplikation inte är kommutativ. (2p)
b) Visa formeln för skalärprodukt om vektorerna är givna i en ON-bas. (3p)
8. Formulera dimensionssatsen för linjära avbildningar av rummet. (1p) Bevisa satsen i fallet då nollrummet är ett plan genom origo. (4p)

LYCKA TILL!