

**Tentamen i vektorgeometri, MA 1021, 7,5 hp**  
**Onsdagen den 20 januari 2010**

Lösningarna skall förses med utförliga motiveringar.

1. Bestäm arean av den triangel som har hörn i punkterna  $(1, 1, 2)$ ,  $(1, 2, 1)$  och  $(2, 1, 1)$ . Koordinaterna är givna i ett ortonormerat koordinatsystem.
2. Bestäm avståndet från punkten  $(1, 1, 2)$  till linjen genom punkterna  $(-1, 0, 2)$  och  $(0, 3, 1)$ . Koordinaterna är givna i ett ortonormerat koordinatsystem för rummet.
3. Låt  $A$  vara matrisen
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}.$$
  - a) För vilka värden på  $a$  är  $A$  inverterbar?
  - b) Bestäm för dessa  $a$  inversen  $A^{-1}$ .
4. Låt  $\pi$  vara det plan i rummet som innehåller origo samt punkterna  $(0, 1, 1)$  och  $(2, 0, 2)$ . Koordinaterna är givna i ett ortonormerat koordinatsystem. Bestäm matrisen i detta koordinatsystem för speglingen i planet  $\pi$ .
5. För vilka värden på  $a$  är vektorerna  $(a^2, 1, 1+a)$ ,  $(1, 1, 0)$  och  $(1, 0, 1)$  linjärt oberoende?
6. Låt  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ .
  - a) Bestäm egenvärden och egenvektorer till  $A$ .
  - b) Bestäm en bas i planet som består av egenvektorer till  $A$ .
7. Bestäm  $A^n$  för alla heltal  $n$  då  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ .
8. Låt  $u = (a, b, c)$  vara en given vektor i rummet, och betrakta avbildningen  $F(v) = u \times v$  av rummets vektorer på rummets vektorer. Basen är ortonormerad och positivt orienterad.
  - a) Visa att  $F$  är linjär.
  - b) Ange dess matris i den givna, positivt orienterade och ortonormerade, basen.

*Lycka till!*