

Växjö universitet

Matematiska och system-
tekniska institutionen
Marcus Nilsson

Tentamen i Vektorgeometri, MA1021, 7.5 hp

Lördagen den 14 februari 2009, klockan 9–14.

Tillåtna hjälpmedel: Ej miniräknare

1. (a) Bestäm arean av den parallelogram som spänns upp av $(1, 2, -1)$ och $(3, 0, -2)$.
(ON-bas) (2p)
- (b) Bestäm volymen av den parallelepiped som spänns upp av $u = (1, 2, -1)$,
 $v = (3, 0, -2)$ och $w = (0, 2, 1)$. Koordinaterna är givna i en positivt orienterad
ON-bas. Bestäm också orienteringen av trippeln (u, v, w) . (3p).

2. Bestäm för ALLA värden på a och b lösningarna till systemet

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + ax_3 = b \end{cases} \quad (5p)$$

3. Visa att (f_1, f_2, f_3) där

$$\begin{aligned} f_1 &= (1, 1, 3), \\ f_2 &= (0, 1, 2), \\ f_3 &= (-2, 1, -1) \end{aligned}$$

är en bas för rummet. Bestäm även koordinaterna för vektorn $u = (3, 1, 2)$ i basen
 (f_1, f_2, f_3) . (5p)

4. Bestäm minsta avståndet mellan origo och det plan som innehåller punkterna
 $(1, 0, 1)$, $(2, 1, 0)$ och $(-1, 3, 2)$. (ON-bas) (5p)
5. (a) Vad menas med att två vektorer är ortogonala? (1p)
- (b) Vad menas med att en bas i rummet är ortonormerad? (1p)
- (c) Härled formeln för skalärprodukten av två vektorer i rummet som är givna i en
ON-bas. (3p)

6. Bestäm matrisen för den projektion på planet

$$x + y + 3z = 0,$$

som sker parallellt med vektorn $(1, 1, 0)$. (5p)

7. Bestäm en ortonormerad bas av egenvektorer till matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5\text{p})$$

8. (a) Vad är nollrummet och värderummet till en linjär avbildning? (1p)

(b) Formulera dimensionssatsen. (1p)

(c) Visa dimensionssatsen i det fall då nollrummet är en linje. (3p)

Lycka till!