

Vektorgeometri

Läsanvisningar

Kapitel 4. Skalärprodukt

Nedan presenteras läsanvisningar för det fjärde kapitlet i Anders Tengstrands bok, *Linjär algebra med vektorgeometri*.

När du läser i kursboken, kommer du kanske upptäcka att den är upplagd på ett annorlunda sätt, jämfört med hur kursböckerna i matematik ser ut på gymnasiet. Tonvikten ligger här betydligt mer på teori. Resultat sammanfattas i *satser* och *bevisas* i anslutning till dessa. Ett *bevis* kan ses som ett slags förklarande argumentation; i ett antal steg argumenterar man för att ett visst påstående är sant, genom att föra ett logiskt resonemang och hänvisa till tidigare bevisade satser.

Vid en första genomläsning behöver du inte lägga ner energi på att försöka förstå de olika bevisen. Det viktigaste är att du förstår *innebörden* av motsvarande satser. Återvänd dock gärna till bevisen i ett senare läge, när du känner att du har mer ”kött på benen”.

Försök att, samtidigt som du läser texten, göra de rekommenderade övningar som finns angivna nedan. Det finns svar till de flesta av övningarna i facit, längst bak i boken. Det är dock viktigt att du själv har kommit fram till ett svar, innan du tittar i facit. Om du kör du fast så ge inte upp, utan låt uppgiften ligga ett tag, för att återvända till den vid ett senare tillfälle.

De rekommenderade uppgifterna är hämtade från läroboken, men det är lämpligt att du också räknar uppgifter ur övningsboken (Albertson, *Lineär algebra med vektorgeometri, övningsbok*).

4 Skalärprodukt

I detta kapitel skall vi lära oss att multiplicera två vektorer med varandra. Sättet vi multiplicerar på kallas *skalärprodukt*, eftersom resultatet av en multiplikation alltid blir ett tal (eller en skalär). I kapitlet behandlas också ortonormerade baser. Detta är baser som är extra trevliga att arbeta med.

4.1 Definition och räknelagar

Som inledning nämns ett par tillämpningar av skalärprodukt inom fysiken: arbete och flöde. Du behöver inte lära dig fysiken bakom dessa exempel, men exemplen ökar den matematiska förståelsen för begreppet skalärprodukt.

Lär dig definitionen av *skalärprodukt* (definition 4.1) och *ortogonal* vektorer (definition 4.2). Sats 4.1 är viktig. Försök att förstå exempel 4 och 5.

4.2 Ortonormerade baser

I definition 4.3 introduceras begreppet *ortonormerad bas*, ofta förkortat *ON-bas*. Om vi vill beräkna skalärprodukten av två vektorer, som har sina koordinater givna i en ON-bas, så sker detta på ett enkelt sätt, se sats 4.2. Observera dock att denna sats gäller **endast** när vi har en ON-bas!

I fortsättningen kan ni anta, såvida inget annat anges, att vi i övningsuppgifterna har givet en ON-bas.

4.3 Byte av ortonormerade baser. Ortogonal matriser

I avsnitt 3.5 studerade vi basbyten allmänt. Vi fann att ett basbyte kan beskrivas med hjälp av en matris T , den s.k. *basbytesmatrisen*. I det här avsnittet gör vi basbyten från en ON-bas till en annan. Det visar sig då att basbytesmatrisen T får en speciell egenskap; den blir *ortogonal*. En ortogonal matris är alltid inverterbar, och det är extra enkelt att beräkna inversen till en sådan matris; om T är ortogonal, så gäller $T^{-1} = T^T$, se definition 4.4.

Avsnittet avslutas med ett litet svårare exempel (Exempel 9). Även om det till sin natur är ganska svårt, skadar det inte att studera det.

Rekommenderade övningsuppgifter

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 21, 22, 23, 24, 25