

Vektorgeometri

Läsanvisningar

Kapitel 2. Matriser

Nedan presenteras läsanvisningar för det andra kapitlet i Anders Tengstrands bok, *Linjär algebra med vektorgeometri*.

När du läser i kursboken, kommer du kanske upptäcka att den är upplagd på ett annorlunda sätt, jämfört med hur kursböckerna i matematik ser ut på gymnasiet. Tonvikten ligger här betydligt mer på teori. Resultat sammanfattas i *satser* och *bevisas* i anslutning till detta. Ett *bevis* kan ses som ett slags förklarande argumentation; i ett antal steg argumenterar man för att ett visst påstående är sant, genom att föra ett logiskt resonemang och hänvisa till tidigare bevisade satser.

Vid en första genomläsning behöver du inte lägga ner energi på att försöka förstå de olika bevisen. Det viktigaste är att du förstår *innebörden* av motsvarande satser. Återvänd dock gärna till bevisen i ett senare läge, när du känner att du har mer ”kött på benen”.

Försök att, samtidigt som du läser texten, göra de rekommenderade övningar som finns angivna nedan. Det finns svar till de flesta av övningarna i facit, längst bak i boken. Det är dock viktigt att du själv har kommit fram till ett svar, innan du tittar i facit. Om du kör du fast så ge inte upp, utan låt uppgiften ligga ett tag, för att återvända till den vid ett senare tillfälle.

De rekommenderade uppgifterna är hämtade från läroboken, men det är lämpligt att du också räknar uppgifter ur övningsboken (Albertson, *Lineär algebra med vektorgeometri, övningsbok*).

2 Matriser

Med hjälp av s.k. matriser kan man skriva linjära ekvationssystem på ett kortfattat sätt. Genom att föra över ett problem (t.ex. att lösa ett linjärt ekvationssystem) till matrisform och använda de räkneregler som finns för matriser, får man ofta en betydligt enklare och kompaktare lösning på problemet, än om man inte skulle gjort det.

2.1 Några inledande exempel

I detta avsnitt finns några exempel på beräkningar som är tänkta motivera varför man räknar med matriser på det sätt man gör. Det är bra om du läser igenom detta avsnitt, innan du läser resten av kapitlet.

2.2 Definitioner och grundläggande räkneregler

Du bör lära dig vad en *matris* är och vad som menas med att den är av en viss *typ*. Du bör också lära dig vad begrepp som *rader*, *kolonner* och *element* innebär. Vad menas med en *kvadratisk matris*, *kolonnmatris*, *radmatris* och *nollmatris*? Vad är en *enhetsmatris*?

Lär dig följande räkneoperationer på matriser:

- *addition av matriser* av samma typ
- *multiplikation av en matris med ett tal*
- *multiplikation av två matriser*.

När kan man utföra multiplikation mellan två matriser, och av vilken typ blir resultatet? Om A och B är två matriser, så observera att $AB = BA$ **inte** alltid gäller. Sats 2.3 sammanfattar de olika räknelagarna. Lär dig dessa. Observera dessutom betydelsen av A^n på sidan 46.

2.3 Transponering av matriser

Lär dig vad *transponatet* till en matris är. Observera här att bokens sätt att beteckna transponatet till en matris är litet olyckligt valt, eftersom det kan förväxlas med " A upphöjt till t ", d.v.s. A multiplicerad med sig själv t gånger. I underlagen till de olika föreläsningarna och i läsanvisningarna kommer vi att använda beteckningen A^T för transponatet till A . Notera att T :et i exponenten här är skriven som en stor bokstav och inte i kursiv stil, till skillnad från lärobokens beteckning.

Vad innebär det att en matris är *symmetrisk*? Kan du ge egna exempel på matriser som är symmetriska och sådana som inte är det? Vad menas med en *diagonalmatris*?

2.4 Matrisinverser och linjära ekvationssystem

Lär dig definitionen av matrisinvers (se definition 2.3). Lägg märke till att en matris kan ha högst en invers.

I detta avsnitt ges en koppling mellan matriser och linjära ekvationssystem. Utifrån ett linjärt ekvationssystem kan man bilda vad man ibland kallar för *koefficientmatrisen* till ekvationssystemet. I kapitel 1 såg vi att det ibland kan hända att ett linjärt ekvationssystem har exakt en lösning. Det här visar sig inträffa precis då systemets koefficientmatris är inverterbar, d.v.s. har en invers. Detta är innebörden av den viktiga sats 2.5. Satserna 2.6 och 2.7 är också bra att kunna.

2.5 Några tillämpningar på matrisräkning

Läs igenom detta avsnitt för att se ett par exempel på tillämpningar där matrisräkning kan användas.

Rekommenderade övningsuppgifter

1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 24, 38