

Vektorgeometri

Läsanvisningar

Kapitel 1. Linjära ekvationssystem

Nedan presenteras läsanvisningar för det första kapitlet i Anders Tengstrands bok, *Linjär algebra med vektorgeometri*.

När du läser i kursboken, kommer du kanske upptäcka att den är upplagd på ett annorlunda sätt, jämfört med hur kursböckerna i matematik ser ut på gymnasiet. Tonvikten ligger här betydligt mer på teori. Resultat sammanfattas i *satser* och *bevisas* i anslutning till detta. Ett *bevis* kan ses som ett slags förklarande argumentation; i ett antal steg argumenterar man för att ett visst påstående är sant, genom att föra ett logiskt resonemang och hänvisa till tidigare bevisade satser.

Vid en första genomläsning behöver du inte lägga ner energi på att försöka förstå de olika bevisen. Det viktigaste är att du förstår *innebörden* av motsvarande satser. Återvänd dock gärna till bevisen i ett senare läge, när du känner att du har mer ”kött på benen”.

Försök att göra de rekommenderade övningar som finns angivna nedan. Det finns svar till de flesta av övningarna i facit, längst bak i boken. Det är dock viktigt att du själv har kommit fram till ett svar, innan du tittar i facit. Om du kör du fast så ge inte upp, utan låt uppgiften ligga ett tag, för att återvända till den vid ett senare tillfälle.

De rekommenderade uppgifterna är hämtade från Tengstrands bok, men det är lämpligt att du också räknar uppgifter ur övningsboken (Albertson, *Lineär algebra med vektorgeometri, övningsbok*). Till vissa av övningsuppgifterna i Albertsons bok finns det dessutom fullständiga lösningar.

1 Linjära ekvationssystem

Du har tidigare säkert stött på linjära ekvationssystem, men då förmodligen bara med två eller kanske tre variabler, och lika många ekvationer. I detta kapitel skall vi lära oss en lösningsmetod för hur man löser ekvationssystem som kan ha fler än tre obekanta respektive ekvationer.

1.1 Problemställning och terminologi

Läs igenom. Lär dig vad som menas att ett ekvationssystem är *underbestämt*, *överbestämt*, *homogent* respektive *inhomogent*. Notera speciellt att homogena ekvationssystemet alltid åtminstone har en lösning, nämligen den *triviala*, där alla ingående variabler är lika med 0.

1.2 Successiv elimination

I detta avsnitt går successiv elimination, även kallat Gausselimination, igenom. Detta är en metod som man kan använda för att lösa linjära ekvationssystem.

Studera avsnittets exempel. Lägg märke till vilka olika typer av lösningar som kan uppstå; ett ekvationssystem kan ha

- *entydig* lösning,
- *ingen* lösning,
- *oändligt många* lösningar.

Denna egenskap hos linjära ekvationssystem sammanfattas i sats 1.1.

I det fall då ett system har oändligt många lösningar, skall du lära dig hur du anger lösningen med hjälp av så kallade *parametrar*, se t.ex. exempel 3 och 4. Det kan vara en eller flera parametrar som ingår i en sådan framställning av en lösning till ett ekvationssystem.

1.3 Några allmänna satser om linjära ekvationssystem

Detta avsnitt är ganska teoretiskt till sin natur. Gräv av den anledningen inte ner dig för mycket i detaljerna. Avsnittet innehåller dock ett par satser om homogena ekvationssystem, som är värda att lägga på minnet, nämligen sats 1.4 och sats 1.5.

1.4 Några tillämpningar av successiv elimination

Läs igenom detta avsnitt, för att se några exempel på hur kapitlets teori kan användas.

1.5 Approximativ beräkning av lösningarna till linjära ekvationssystem

Även om vi i teorin kan lösa stora ekvationssystem exakt, enbart med hjälp av ”penna och papper”, kan emellertid tidsåtgången göra det praktiskt omöjligt, speciellt om man har att göra med många ekvationer och obekanta. Då måste vi kunna lösa sådana system numeriskt med hjälp av en dator. Detta avsnitt innehåller en del saker man bör tänka på, om man vill programmera en dator till att lösa ekvationssystem. Läs igenom avsnittet.

Rekommenderade övningsuppgifter

1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15.