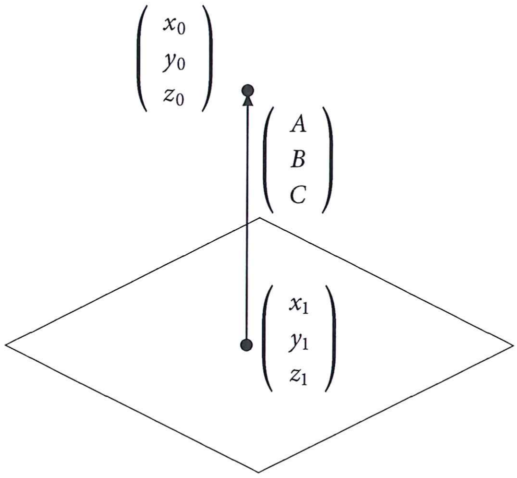


Drag först en linje i normalvektorns riktning genom den givna punkten. Denna linje har vektorformen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$$

Vår första uppgift blir att bestämma t-värdet för skärningspunkten (x_1, y_1, z_1) mellan denna linje och planet. Skärningspunkten uppfyller planets ekvation

$$A(x_0 + tA) + B(y_0 + tB) + C(z_0 + tC) + D = 0$$

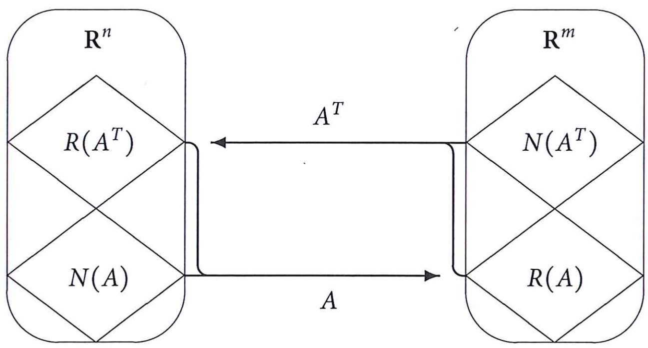
Vi löser ut t och erhåller

$$t = -\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2}$$

och därmed ges skärningspunktens koordinater av

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} - \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}.$$

$$(R(A^T))^\perp = N(A) \tag{13.3}$$
$$(N(A))^\perp = R(A^T) \tag{13.4}$$
$$(R(A))^\perp = N(A^T) \tag{13.5}$$
$$(N(A^T))^\perp = R(A) \tag{13.6}$$



Bevis. Vi noterar först att (13.3) följer av definitionen på $N(A)$. Ekvationen $A\mathbf{x} = 0$ säger precis att skalärprodukten av varje rad i A och vektorn $\mathbf{x}$ är lika med noll. Om $\mathbf{x} \in N(A)$ så är $\mathbf{x}$ ortogonal mot varje rad i A och enligt Definition 13.1 (VIc-d) även ortogonal mot varje linjärkombination av raderna i A, dvs. mot varje vektor i A:s radrum. Nollrummet $N(A)$ består av alla sådana vektorer. Vi har alltså (13.3).

Vi forstätter nu med (13.4). Av sats 13.9 följer att

$$(N(A))^\perp \supseteq R(A^T)$$

Vi antar alltså som antites att

$$(N(A))^\perp \supset R(A^T),$$

dvs. $\exists \mathbf{z} \in N(A)^\perp$ som inte finns i $R(A)^T$. Genom att lägga till $\mathbf{z}$ som extra rad

9.37

Sambandet mellan koordinaterna ges av

$$\mathbf{x} = B\mathbf{x}'.$$

10.7

Radoperationen är multiplicera rad 2 med $-2 \neq 0$. Denna radoperation leder till att den ursprungliga determinanten multipliceras med -2.

10.8

Vi har $\det P = 1$ och

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10.10

12.

10.12

6.

10.14

Vektorerna är linjärt oberoende.

10.16

$\det(A) = 0.$

10.20

$-472.$